التصميم الاقتصادي لمقاطع العناصر البيتونية المسلحة وفق الظروف المحلية

مقدمة:

يعتبر اقتصاد المنشآت البيتونية المسلحة أحد فروع اقتصاد البناء الذي يصب في نهاية المطاف في الاقتصاد الوطني بشكلٍ عام.

نتيجة الثورة التكنولوجية العلمية الحديثة التي انعكست بشكل مباشر على تصميم وتنفيذ المنشآت البيتونية وذلك بسبب تعدد أنواع البيتون وحديد التسليح المستخدمة في الإنشاءات كانتشار استخدام البيتون المسبق الصنع والمسبق الإجهاد وتعدد طرق البناء وطرق حساب المنشآت... إلخ.

لهذه الأسباب ولغيرها فإنَّ اعتماد الطرق القديمة عندما كان المهندس يعتمد على خبرته العملية وعلى أحاسيسه في تصميم المنشآت البيتونية قد تؤدي إلى هدر كبير في المواد وبالتالي عدم اقتصادية المنشأة.

يجب أن يستند التصميم الاقتصادي (أي البحث عن الحل الأفضل) على معرفة عميقة بطرق بناء المنشآت وطبيعة المواد المستخدمة وكذلك معرفة دقيقة بطرائق حساب وتصميم المنشآت بشكلٍ عام.

لدراسة اقتصادية المنشآت البيتونية المسلحة، لابد من معرفة نسبة مشاركة المواد والعمليات الإنتاجية (يد عاملة، كفراج، طاقة، ... إلخ) لإنتاج متر مكعب من البيتون المسلح.

تختلف هذه النسب من بلد إلى آخر وذلك باختلاف سعر المواد وأجور العمال وثمن الطاقة وعوامل أخرى. لذلك لابد من أخذ الظروف المحلية وتحليلها وبالتالي الوصول إلى الحلول الاقتصادية وفق الظروف المحددة.

أسس التصميم الاقتصادي:

عند اختيار التصميم الاقتصادي يجب أن نعتمد المبادئ التالية:

١- اختيار المواد بشكلٍ ملائم واستخدامها بشكلٍ اقتصادي.

٢- اختيار التصميم الأكثر ملائمةً لاستخدام الآلات الميكانيكية في عملية الصنع والإنشاء.

٣- اختيار التصميم القابل للتكرار وبحيث تكون أبعاده نظامية.

يجب أن يأخذ اختيار مواد البناء بالحسبان وظيفة البناء، وتوفر المواد التي يمكن أن نختار منها، وقرب مصادر المواد من مكان البناء ... إلخ

بهدف الاقتصاد في مواد البناء، يجب دراسة العوامل التالية:

١- اختيار الشكل والأبعاد الاقتصادية لمقاطع العناصر.

٢- تعيين الطول الاقتصادي للعنصر وذلك وفق متطلبات الاستخدام وإمكانية التكرار.

٣- اختيار المقاومة المميزة للبيتون وحديد التسليح التي تلائم ظروف الاستثمار والصنع لهذه المنشآت.

٤- الابتعاد قدر الإمكان عن المقاومات الكبيرة للمواد التي لا لزوم لها في الحساب وكذلك الصلابات أو مقاومة الشقوق التي تؤدي إلى زيادة في الآمان ولكن بنفس الوقت هدر في المواد.

٥- تصميم المنشآت بشكل جُمل إنشائية غير مُقررة استاتيكياً التي تؤدي إلى الاستخدام الأمثل للعناصر البيتونية المسلحة وبالتالي توفير في المواد.

كما هو مبين في هذه المقدمة، فإنَّ التصميم الاقتصادي للمنشآت البيتونية المسلحة يتعلق بعوامل كثيرة ومتداخلة. لذلك سوف ندرس في هذا المقال فقط اقتصادية المنشآت الهندسية المتعلقة بكلف المواد والتي تعتبر العنصر الأساسي في اقتصاد المنشأ ككل.

كما هو معلوم فإنَّ المواد الأساسية المكونة للعناصر البيتونية المسلحة هي البيتون وحديد التسليح، لذلك فإنَّ التصميم الاقتصادي لعناصر البيتون المسلح يتعلق بشكل أساسي بأسعار البيتون وحديد التسليح. إنَّ أسعار هذه المواد تختلف من بلدٍ إلى آخر ومن زمن إلى آخر، لذلك فإنَّ اعتماد نسب تسليح اقتصادية محددة في بعض المراجع لا يمكن أن تكون عملية صحيحة أو منطقية إذ لابد عند التصميم الاقتصادي للعناصر البيتونية المسلحة من الأخذ بالحسبان الظروف المحلية المحددة لكلف حديد التسليح والبيتون.

إنَّ الاقتصاد في مواد البناء للعناصر البيتونية المسلحة يتعلق بعوامل كثيرة منها تصميم المقطع الاقتصادي، واختيار الأبعاد بين العناصر، واختيار الجُمل الإنشائية، ومواصفات المواد ... إلخ. سوف نستعرض في هذا المقال فقط التصميم الاقتصادي لمقاطع العناصر البيتونية المسلحة الخاضعة لقوى خارجية مختلفة (عزوم انعطاف، قوى قص، قوى ضغط) والذي يعتبر أحد العوامل الأساسية التي تؤدي إلى الاقتصاد في مواد البناء وبالتالي التصميم الاقتصادي للمنشأة.

<u>التصميم الاقتصادي لمقاطع العناصر البيتونية المسلحة:</u>

يتم الدخول إلى التصميم الاقتصادي للمنشأة عن طريق اختيار الأبعاد الاقتصادية للعناصر. من أجل تحقيق هذا الهدف لابد من أخذ مؤشر مساعد يدخل فيه أبعاد مقطع العنصر، ليكن هذا المؤشر هو قيمة المواد التي تتألف من قيمة البيتون وحديد التسليح والأجور اللازمة لتنفيذ البيتون وحديد التسليح لكي تأخذ شكلها النهائي في المنشأة . لتبسيط الدراسة ندرس المقطع المستطيل ذو التسليح الأحادي المبين على الشكل(١):

إنَّ كلفة المتر الطولي من العنصر C يساوي:

$$C = C_A + C_B \qquad (1)$$

حيث C_A ، C_B تشيران إلى كلفة حديد التسليح وكلفة البيتون للمتر الطولي من العنصر على التوالي.

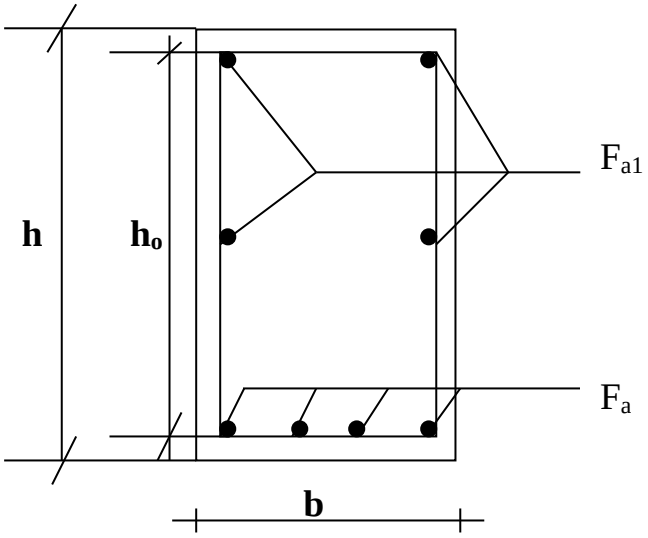
لنعتبر أن حديد التسليح الأساسي ذو مقطع F_a ومقاومة R_a وأن حديد التسليح الإنشائي (تقلص، تعليق) ذو مقطع F_{a1} ومقاومة R_{a1} فإنَّ كلفة حديد التسليح في المتر الطولي من العنصر تساوي:

$$C_A = C_a.F_a + C_{a1}.F_{a1} = C_a.F_a(1+\frac{C_{a1}.F_{.a1}}{C_a.F_a}) \qquad (2)$$

C_a ،C_{a1}- كلفة م^3 من حديد التسليح متوضعة في موقعها في المنشأة وتساوي:

$$\mathbf{C_a = 7.85\ C_{at}}$$

حيث: C_{at}- كلفة طن واحد من حديد التسليح متوضعة في العنصر



الشكل رقم (١)

إنَّ العلاقة (٢) يمكن كتابتها على الشكل التالي:

$$C_A = C_a \,.\, F_a \,.\, \varphi_a \qquad \mathbf{(3)}$$

حيث φ_a تعبر عن نسبة حديد التسليح الإنشائي في المقطع على حديد التسليح الحسابي وتساوي:

$$\varphi_a = ١ + \frac{\mathbf{C_{a1}.F_{.a1}}}{\mathbf{C_a.F_a}}$$

أما كلفة البيتون للمتر الطولي من العنصر فتساوي:

$$C_B = C_b.b.h = C_b.b.h_{o.}\,\varphi_b \qquad \mathbf{(4)}$$

حيث h ، b أبعاد المقطع

$\varphi_b = \frac{h}{h_o}$ - عامل فعَّالية المقطع البيتوني

C_b - كلفة م^3 من البيتون المتوضع في العنصر

بتبديل (٣)، (٤) في العلاقة (١) نحصل على:

$$C = C_A + C_B = C_a.F_{a.}\,\varphi_a + C_b.b.h_{o.}\,\varphi_b \qquad (٥)$$

العلاقة (٥) يمكن كتابتها على الشكل التالي:

$$\mathbf{C = C_b.b.h_o.\varphi_b \left[1+\frac{C_a.F_a.\varphi_a}{C_b.b.h_o.\varphi_b}\right]} \qquad (6)$$

من جهةٍ ثانية لدينا:

$$\zeta = \frac{X}{h_o} = \frac{R_a.F_a}{R_b.b.h_o} \qquad (7)$$

حيث X ارتفاع منطقة الضغط للعناصر الخاضعة لعزم انعطاف وتُحسَب من شرط التوازن التالي:

$$X.b.R_b = R_a.F_a \rightarrow X = \frac{R_a.F_a}{b.R_b}$$

من العلاقة (٧) نجد أن مساحة حديد التسليح العامل Fa تساوي:

$$Fa = \frac{\zeta.R_b.b.h_o}{R_a} \qquad (٨)$$

بتعويض قيمة Fa من العلاقة (٨) في العلاقة (٦) نحصل على:

$$C = C_b.b.h_o.\varphi_b.(1+\frac{C_a.\varphi_a.R_b}{C_b.\varphi_b.R_a}\zeta) \qquad (9)$$

وباعتبار أن:

$$W = \frac{C_a.\varphi_a.R_b}{C_b.\varphi_b.R_a} \qquad (١٠)$$

فإنَّ العلاقة (٩) تأخذ الشكل التالي:

$$C = C_b.b.h_o.\varphi_b.(1+W.\zeta) \qquad (١١)$$

إنِّ العلاقة ١٠ التي تحدد القيمة W تعبَّر عن نسبة كلفة حديد التسليح إلى البيتون وتعتبر أهم الدلائل على اختيار التصميم الاقتصادي.

إن المقطع الاقتصادي هو ذلك المقطع الذي يكون قيمة مجموع كلفة حديد التسليح والبيتون أي القيمة C أقل ما يمكن من أجل ظروف واحدة.

في المقاطع ذات الارتفاعات الكبيرة حديد التسليح العرضي قد تُشكَل نسبة لأبأس بها من كلفة التسليح في هذه الحالة يمكن أن نحدد كلفة الاتاري للمتر الطولي من العنصر وفق العلاقة التالية:

$$CX = \frac{C_{ax}.F_x.(h_x + b_x).n_x}{U_x} \qquad (12)$$

حيث:

C_{ax} - كلفة م٣ من حديد التسليح الاتاري ويساوي $C_{ax} = 7.85\ C_{at}$

Fx - مقطع قضيب الاترية

b_x ،h_x - ارتفاع وعرض الاترية

n_x - عدد افرع الاترية في المقطع

U_x - التباعد بين الاتاري

إنَّ كلفة الاتاري المحدد وفق العلاقة ١٢ يجب أن تُضاف إلى كلفة حديد التسليح C_A المحدد وفق العلاقة (٣).

لتحديد الأبعاد الاقتصادية للمقطع يجب أن نأخذ بعين الاعتبار نوعية القوى الخارجية المُطبقَّة Q,N,M وبالتالي حسب هذه القوى وشرط مقاومة المقطع يمكن اختيار الابعاد الاقتصادية وحديد التسليح الاقتصادي. لندرس هذه الحالات بالتفصيل:

١- **<u>حالة كون العنصر خاضع لعزم انعطاف:</u>**

إنَّ شرط مقاومة المقطع للعزم هو:

$$M_p + M_g \,.\, b.\, h_o = R_b.b.\, h_o^2\ .\zeta(1 - 0{,}5\zeta) \qquad (13)$$

حيث:

M_p- العزم الناتج في المقطع عن تطبيق القوى الخارجية.

M_g- عزم الانعطاف في المقطع الناتج عن الوزن الذاتي للعنصر ذو المقطع b =h =1

$\zeta = \frac{X}{h_o}$- نسبة ارتفاع منطقة الضغط إلى الارتفاع الفعَّال للمقطع.

إنَّ العزم M_g يُحسَب وفق العلاقة التالية:

$$M_g.b.h_o = 1{,}5\,.b.\varphi_b.h_o\,.\gamma.L^2.\alpha \qquad (١٤)$$

حيث:

١،٥ - عامل زيادة الحمولة الميتة (الوزن الذاتي) حسب الكود العربي السوري

γ - الوزن النوعي للبيتون ويساوي $\gamma = 2{,}5\ T/m^3$

L - طول العنصر

α - عامل عزم الانعطاف في العنصر المدروس ويتعلق بشكل استناد العنصر في حالة الاستنادالبسيط يكون $\alpha = \frac{1}{8} = 0.125$

من العلاقة١٣ نجد أن:

$$\zeta = 1 - \sqrt{1 - \frac{2A}{R_b}} \qquad (١٥)$$

حيث:

$$A = \frac{M_p}{b.h_o^2} + \frac{M_g}{h_o} \qquad (١٦)$$

من جهةٍ ثانية فإنَّ كلفة المتر الطولي من العنصر وفق العلاقة ١١ بعد تعويض قيمة w حسب العلاقة ١٠ تصبح:

$$C = C_b.b.h_o.\varphi_b + \frac{C_a}{R_a}.\varphi_b.R_b.\ b.h_o.\zeta \qquad (١٧)$$

إنَّ كلفة البيتون C_b تتعلق بشكلٍ أساسي بمقاومته R_b التي ترتبط بكمية الأسمنت في البيتون. وكذلك بأجور اليد العاملة والمواد الأخرى المكونة للبيتون.

يمكن التعبير عن ذلك وفق العلاقة التالية:

$$C_b = S\ R_b + d \qquad (١٨)$$

حيث:

- S- عامل يتعلق بسعر وكمية الأسمنت اللازمة للحصول على المقاومة R_b .
- d- ثابت يتعلق بكلفة الأجور والمواد الأخرى المركبة للبيتون.

وباعتبار $\overline{C_a} = \frac{C_a}{R_a}$ وبتعويض C_b بقيمتها من العلاقة (١٨) و ζ من العلاقة (١٥) نحصل على:

$$C = (S\ R_b + d).\varphi_b.b.h_o + \overline{C_a}.\varphi_a.b.h_o.(R_b - \sqrt{R_b^2 - 2R_b.A}) \qquad (١٩)$$

كما نلاحظ من العلاقة (١٩)

فإنَّ كلفة المتر الطولي من العنصر تتعلق بمتحولات كثيرة: ζ ,R_a ,R_b ,h_o ,b, $\overline{C_a}$

إنَّ البحث عن المقطع الاقتصادي يعني البحث عن القيمة الدنيا لـ C والتي نحصل عليها بتفاضل العلاقة(١٩) بالنسبة للمتحولات.

لدينا $\frac{dC}{d\overline{C_a}} > 0$ هو دائماً موجباً. هذا يعني أن نوعية حديد التسليح الاقتصادية سوف تكون عندما يكون الجداء $\varphi_a.\overline{C_a}$ أقل ما يمكن أي يكون عامل التسليح الإنشائي φ_a والكلفة C_a أقل ما يمكن وتكون المقاومة R_a أكبر ما يمكن.

لنشتق العلاقة (١٩) وبالنسبة لـ R_b

$$\frac{dc}{dR_b} = \varphi_b.S + \varphi_a.\overline{C_a} - \varphi_a.\overline{C_a}\frac{R_b - A}{\sqrt{R_b^2 - 2AR_b}} \qquad (٢٠)$$

بمساواة العلاقة (٢٠) للصفر وحل المعادلة نحصل على قيمة R_b الاقتصادية على الشكل التالي:

$$R_b = K.A \qquad (٢١)$$

حيث:

$$K = 1 + \frac{\varphi_b.S + \varphi_a.\overline{C_a}}{\sqrt{\varphi_b.S(\varphi_b.S + 2\varphi_a.\overline{C_a})}}$$

نعَّوض (٢١) في (١٥) فنحصل على قيمة ζ الاقتصادية:

$$\zeta = 1 - \sqrt{1 - \frac{2}{K}} \qquad (٢٢)$$

إنَّ قيمة ζ الاقتصادية وفق العلاقة (٢٢) لا تتعلق بأبعاد المقطع h,b وتحدد بنفس الوقت اقتصادية البيتون وحديد التسليح.

إلا أن ζ يجب أن لا تزيد عن قيمة ζ_R المحددة من شرط المقاومة أي

$$\zeta \le \zeta_R$$

وبالتالي فإنَّ K يجب أن تكون:

$$K \ge \frac{2}{1 - (1 - \zeta_R)^2} \qquad (٢٣)$$

إنَّ قيمة ζ_R تُحدَد حسب نوعية البيتون وحديد التسليح المستخدمة (أنظر أي مرجع لحساب العناصر البيتونية الخاضعة لعزوم انعطاف).

من جهةٍ ثانية فإنَّ تفاضل العلاقة (١٩) بالنسبة لـ عرض المقطع $\frac{dC}{d_b} > 0$ دائماً موجب أي أن كلفة المقطع تزداد بزيادة العرض b وبالتالي يجب أن تُختار قيمة b أقل مايمكن وذلك حسب ما تسمح به الشروط الإنشائية.

هذه النتيجة تخص المقاطع المستطيلة أما المقاطع بشكل T أو I فإنَّ اختيار العرض b للجناح يكون أكبر ما يمكن حسب ما تسمح به الشروط الإنشائية وذلك لأنه مع زيادة العرض b (حتى حد معين) تزداد فعالية المقطع وبالتالي تقل الكلفة.

إن تفاضل العلاقة (١٩) بالنسبة لـ h_o مع بعض الاختزالات تساوي:

$$\frac{dC}{dh_o} = \frac{K.M_p}{b.h_o}(\varphi_b.S + \varphi_a.\overline{C_a}.\zeta) + \varphi_b.d$$

$$h_o = \sqrt{\frac{K(\varphi_b.S + \varphi_a.\overline{C_a}.\zeta)}{d}}.\sqrt{\frac{M_p}{b}} \qquad (٢٤)$$

$$h_o = r.\sqrt{\frac{M_p}{b}} \qquad (٢٥)$$

نعَّوض (٢٥) في العلاقة (٢١) فنحصل على:

$$R_b = \frac{K}{r^2}.(1 + r.\zeta_m) \qquad (٢٦)$$

حيث:

$$\zeta_m = \frac{M_g}{\sqrt{\frac{M_p}{b}}} \qquad (٢٧)$$

وبتعويض قيمة r من العلاقة (٢٤) نحصل على:

$$R_b = \frac{d}{\varphi_b.S + \varphi_a.\overline{C_a}.\zeta}\left[1 + \sqrt{\frac{K(\varphi_b.S + \overline{C_a}.\zeta}{\zeta_b.d}}.\zeta_m\right] \qquad (٢٨)$$

من العلاقة (٢٨) نجد أنه كلما زادت مقاومة البيتون كلما تطلب زيادة مقاومة حديد التسليح.

بهذا الشكل نكون قد اخترنا المتغيرات الأساسية التي من خلالها نستطيع الحصول على التصميم الاقتصادي لمقاطع العناصر البيتونية المسلحة الخاضعة لعزوم انعطاف.

إنَّ هذه العملية صعبة و معقدة وتحتوي على علاقات رياضية صعبة الحل كما هو مبين أعلاه.

إلا أنه في الواقع العملي يكون عادةً معلوم لدينا بشكل مسبق مقاومة البيتون R_b ومقاومة حديد التسليح R_a وكذلك فإنَّ عرض المقطع b يُختار أقل ما يمكن حسب الشروط الإنشائية.

إذاً يبقى فقط تحديد الارتفاع الفعَّال h_o والعامل ζ التي تحدد كمية حديد التسليح والبيتون والتي تعتبر أهم المتغيرات لتحديد اقتصادية التصميم بأخذ بعين الاعتبار الثوابت المحددة مسبقاً وإجراء بعض العمليات الحسابية نحصل على القيم الاقتصادية لـ كلاً من h_o،ζ على الشكل التالي:

$$h_o = r_b\sqrt{\frac{M_p}{R_b.b}} \qquad (٢٩)$$

حيث:

$$r_b = \zeta_m + \frac{W+1}{\sqrt{W+0,5}} \qquad (٣٠)$$

$$\zeta_m = \frac{M_g}{\sqrt{\frac{M_p.R_b}{b}}} \qquad (٣١)$$

W تُحسَب وفق العلاقة (١٠) حسب كلفة البيتون وحديد التسليح

$$\zeta = \frac{\zeta m.\sqrt{W+0,5}+1}{\zeta m.\sqrt{W+0,5}+W+1} \quad \leq \quad \zeta_R \qquad (٣٢)$$

ويكون كلفة المتر الطولي من العنصر:

$$C = C_b.\varphi_b.\ \left[\zeta m.(W+1) + 2\sqrt{W+0,5}\right]\sqrt{\frac{M_p.b}{R_b}} \qquad (٣٣)$$

أو:

$$C = Cb.\varphi b.\rho.\sqrt{\frac{Mp.b}{Rb}} \qquad (٣٤)$$

حيث:

$$\rho = \zeta m.(W+1) + 2\sqrt{W+0,5} \qquad (٣٥)$$

ومنه فإنَّ مساحة حديد التسليح العامل الاقتصادية F_a تساوي:

$$F_a = \frac{1}{Ra}(\zeta m + \frac{1}{\sqrt{W+0,5}}).\sqrt{Mp.Rb.b} \qquad (٣٦)$$

ومساحة مقطع البيتون الاقتصادية:

$$F_b = r_b.\varphi_b.\sqrt{\frac{M_p.b}{R_b}} \qquad (٣٧)$$

وبتقسيم العلاقة (٣٦) على (٣٧) نحصل على قيمة التسليح الاقتصادية

$$\mu = \frac{Rb}{\varphi.Ra}.\frac{\zeta m.\sqrt{W+0,5}+1}{\zeta m.\sqrt{W+0,5}+1+W} \qquad (٣٨)$$

وبالنتيجة يمكن تلخيص طريقة الحصول على عناصر المقطع الاقتصادي للعناصر البيتونية المسلحة الخاضعة لعزوم انعطاف على النحو التالي:

١- حسب أسعار حديد التسليح والبيتون يتم تحديد العامل W وفق العلاقة (١٠).

٢- نُعين العامل ζ_m وفق العلاقة (٣١) وذلك تبعاً لعزم الانعطاف الخارجي المُطبَّق M_P وعزم الانعطاف M_g المحدد في العلاقة (١٤) كما أن عرض المقطع b يفرض حسب الشروط الإنشائية

٣- نحسب العامل r_b من العلاقة(٣٠).

٤- نحسب الارتفاع الفعَّال الاقتصادي h_o من العلاقة (٢٩).

٥- نحسب مساحة حديد التسليح العامل الاقتصادية من العلاقة (٣٦).

٦- كلفة المتر الطولي من العنصر تُحدَد من العلاقة (٣٣).

المقطع المسلح بشكل ثنائي في منطقة الضغط والشد يمكن أن يكون أكثر اقتصادية من المقطع أحادي التسليح في الحالة التي يكون فيها العامل $W \leq 1$ وذلك في حالة كون البيتون قليل المقاومة وذو سعر عالي جداً بالنسبة لحديد التسليح وفي هذه الحالة فإنَّ تعيين عناصر المقطع الاقتصادي تحتاج إلى دراسة خاصة لا مجال لذكرها هنا.

٢- حالة كون المقطع مُعَّرض لقوة قص أساسية:

في هذه الحالة فإنَّ المقطع يُصمَم على قوى القص. إنَّ معادلة مقاومة المقطع المسلح بأساور عرضية تُكتَب على الشكل التالي:

$$Q \leq \sqrt{8.R_{bt}.b.h_o^2.q_x} \qquad (٣٩)$$

حيث : R_{bt} - مقاومة البيتون على الشد.

ويمكن أن تُكتَب على الشكل التالي:

$$Q \leq R_{bt}.b.h_o.\sqrt{8.\alpha_x} \qquad (٤٠)$$

حيث: α_x - نسبة القوى التي تتحملها الاتاري على القوى التي يتحملها البيتون

$$\alpha_x = \frac{q_x}{R_{bt}.b} = \frac{n_x.F_x.F_{ax}}{R_{bt}.b.U_x} \qquad (٤١)$$

n_x - عدد أفرع الاتاري في المقطع الواحد

F_{ax} - مقطع الاترية الواحد

R_{ax} - مقاومة حديد تسليح الاتاري

U_x - البعد بين الاتاري

إنَّ كلفة المتر الطولي من العنصر مع الأخذ بعين الاعتبار كلفة البيتون وحديد التسليح تساوي:

$$C = C_b.\varphi b.h_o.b.(1+W_x.\alpha_x) \qquad (٤٢)$$

حيث:

$$W_X = \frac{C_a.R_{bt}.\varphi_a}{C_b.\varphi_b.R_{ax}} \qquad (٤٣)$$

$$\varphi_a = 1+\frac{C_a.F_a}{C_{ax}.F_{ax}} \qquad \varphi_b = \frac{h}{h_o}$$

باشتقاق العلاقة (٤٢) بالنسبة لـ α_x ومساواتها للصفر نحصل على:

$$\frac{dC}{d\alpha x} = \frac{dh_o}{d\alpha x}(1+W_x.\alpha_x)+W_x.h_o = 0 \qquad (٤٤)$$

إنَّ القيمة $\frac{dh_o}{d\alpha x}$ نحصل عليها من معادلة شرط المقاومة (٤٠):

$$\frac{dh_o}{d\alpha x} = \frac{h_o}{2\alpha_x} \qquad (٤٥)$$

بالتعويض في المعادلة (٤٤) والحل بالنسبة لـ α_x نحصل على قيمة α_x الاقتصادية:

$$\alpha_x = \frac{1}{W_x} \qquad (٤٦)$$

نعَّوض العلاقة (٤٦) في المعادلة (٤٠) فنحصل على:

$$Q \le R_{bt}.b.h_o.\sqrt{\frac{8}{W_x}} \qquad (٤٧)$$

ومنه فإنَّ الارتفاع الاقتصادي للمقطع h_o يساوي:

$$h_o = \quad 0.35\frac{Q}{R_{bt}.b}\sqrt{W_x} \qquad (٤٨)$$

كذلك بتعويض العلاقة (٤٦)،(٤٨) في العلاقة (٤٢) نحصل على كلفة المتر الطولي من العنصر:

$$C = \quad 0,7.C_b.\varphi_b.\frac{Q}{R_{bt}}.\sqrt{W_x} \qquad (٤٩)$$

من جهةٍ ثانية فإنه لدينا حسب الكود يجب أن تُحقَق العلاقة التالية:

$$Q \le 0,35\ .\ R_b.b.h_o \qquad (50)$$

وبتعويض هذه العلاقة في المعادلة (٤٨) نحصل على الشرط التالي:

$$Wx \ge 66\ \left(\frac{R_{bt}}{R_b}\right)^2 \qquad (٥١)$$

نلاحظ من العلاقة (٤٨) أن الارتفاع الفعَّال للمقطع h_o أقل من الارتفاع الذي نحصل عليه من الشرط (٥٠).

يمكن تلخيص طريقة تصميم المقاطع الخاضعة للمقاطع الخاضعة لقوى قص أساسية بشكل اقتصادي على الشكل التالي:

١- نحسب العامل W_x وفق العلاقة (٤٣) وذلك حسب كلفة البيتون وحديد التسليح ومقاومتها.

٢- نحسب الارتفاع الفعَّال الاقتصادي للمقطع وفق العلاقة (٤٨).

٣- نحسب كلفة المتر الطولي للعنصر وفق العلاقة (٤٩).

٣- <u>العناصر الخاضعة لقوى ضغط بسيط:</u>

في هذه الحالة يمكن أن نميز بين نوعين من العناصر:

١- العناصر الخاضعة لقوة ضغط مركزية ويكون فيها $L_o \le 20h$.

٢- العناصر الخاضعة لقوى ضغط لا مركزية أو لقوى ضغط مركزية ويكون فيها $L_o > 20h$

حساب العناصر الخاضعة لقوى ضغط مركزية ويكون فيها $L_o \le 20h$ يتم وفق العلاقة التالية:

$$N \le m.\varphi.(R_b.F_b + R_{ac}.F_a) \qquad (٥٢)$$

وباعتبار أن:

$$\alpha = \frac{Fa.Rac}{Fb.Rb} \qquad (٥٣)$$

نحصل على:

$$N \le m.\varphi.F_b.R_b.(1+\alpha) \qquad (٥٤)$$

وبالتالي فإنَّ كلفة المتر الطولي من العنصر يساوي:

$$C = Cb.Fb(1+W.\alpha) \qquad (٥٥)$$

حيث:

$$W = \frac{C_a.R_b}{C_b.R_a} \qquad (٥٦)$$

وبتعويض قيمة F_b من العلاقة (٥٤) في العلاقة (٥٥) نحصل على:

$$C = \frac{C_b.N}{m.\varphi.R_b}.\frac{1+W.\alpha}{1+\alpha} \qquad (٥٧)$$

كما نلاحظ من العلاقة (٥٤) فإنَّ كلفة المتر الطولي من العنصر تزداد مع زيادة قيمة α والتي تبلغ قيمتها الأعظمية عندما تصبح $C = \frac{C_a.N}{R_{ac}}$ أي أن المقطع معدني بشكل كامل وبالتالي يمكننا القول بأن المقطع المضغوط يكون اقتصادياً كلما قلت نسبة التسليح وذلك بما تسمح به الحدود الإنشائية للتسليح. بالعلاقة مع قيمة W التي تُحدَد النسبة بين كلفة البيتون والحديد ومقاومتها يمكن أن نلاحظ بأن كلفة المتر الطولي من العنصر تتغير كالتالي:

من أجل $W > 1$ كلفة المقطع C تزداد ومن أجل $W < 1$ تقل أما من أجل $W = 1$ فإنَّ كلفة المقطع تبقى ثابتة من أجل أية كمية تسليح كانت.

إنَّ الحالة الثانية والثالثة تنطبق على الحالة التي يكون فيها حديد التسليح عالي الكلفة وذو مقاومة منخفضة وبالتالي يجب أن لا نلجأ إليها عند التصميم.

في حالة كون العنصر خاضع إلى قوى ضغط لامركزية أو كون $L_o > 20h$ فإنَّ التصميم الاقتصادي للمقطع يتم بالأخذ بعين الاعتبار طريقة انهيار العنصر (في منطقة الشد أو الضغط) بشكل مشابة للانعطاف أو الضغط المركزي أو اشد المركزي ، وكذلك عامل التحنيب وعوامل أخرى كثيرة وبالتالي فإنَّ الحل يحتوي على عوامل متعددة متداخلة مع بعضها ويتم بطريقة التقريب المتتالي ولامجال لذكرها في هذا المقال.

<u>أمثلة تطبيقية:</u>

١- ليكن لدينا جائز بسيط طوله(٥م) مُعّرض لعزم انعطاف خارجي $M_p = 15.T.m$ المطلوب تصميم المقطع الاقتصادي لهذا الجائز مع العلم أن كلفة المتر المكعب من البيتون متوضع في الجائز (بما فيها أجور القالب والصب) ٣٠٠٠ ل.س وأن كلفة الطن الواحد من حديد التسليح/000 30 ل.س/ وأن مقاومة البيتون ($R_b = 200\ Kg/cm^2$) وحديد التسليح ($R_a = 3000\ Kg/cm^2$):

<u>الحل:</u>

لدينا:

$Ca = Cat. 7,85 = 30\ 000 \times 7,85 = 235\ 500\ L.S/m^3$

$C_b = 3000\ L.S/m^3$

من العلاقة (١٠) نحسب العامل W

$$W = \frac{235\,500 \times 1,25 \times 200}{3000 \times 1,05 \times 3000} = 6,23$$

وبفرض أن:

$$\varphi_b = \frac{h}{h_o} = 1,05 \quad , \quad \varphi a = 1,25$$

من العلاقة (٣١) نحسب ζ_m وذلك بعد تبديل M_g بقيمتها من العلاقة (١٤) واعتبار أن b =20cm

$$\zeta_m = \frac{1,5 \times 1,05 \times 2,5 \times 10^{-3} \times 5^{-2} \times 10^{4} \times 0,125 = 0,032}{\sqrt{\frac{15 \times 10^{5} \times 200}{20}}}$$

من العلاقة (٣٠) نحسب قيمة r_b:

$$r_b = 0,032 \frac{6,23+1}{\sqrt{6,23+0,5}} = 2,82$$

من العلاقة (٢٩) نحسب h_o:

$$ho = 2,82\sqrt{\frac{15x10^{5}}{200x20}} = 55cm$$

نختار h =60cm وبالتالي تكون h_o =57

$$\varphi_b = \frac{60}{57} = 1,05$$

مساحة حديد التسليح F_a تُحسَب من العلاقة (٣٦)

$$Fa = \frac{1}{3000}\left(0,032 + \frac{1}{\sqrt{6,23+0,5}}\right)\sqrt{15 \times 10^{5} \times 200 \times 20} = 10,8cm^2$$

نختار 4T18 وبالتالي يكون التسليح الإنشائي 2T12 ومنه $F_{a1} = 2,26cm^2$ وبالتالي فإنَّ φ_a تساوي:

$$\varphi_a = 1 + \frac{2,26}{10,8} = 1,21 \approx 1,25$$

وباعتبار أن قيم φ_a , φ_b الفعلية قريبة جداً من القيم المفروضة في البداية إذاً لاداعي لإعادة الحساب من جديد.

نسبة التسليح الاقتصادية:

$$\mu = \frac{F_a}{F_b} = \frac{10,8}{20x60} x100 = 0,9\%$$

مثال (٢):

لو أعدنا نفس المثال السابق ولكن بفرض أنه تغيرت فقط كلفة البيتون وحديد التسليح فاصبحت كالتالي:

$C_b = 2000\ L.S/m^3$, $C_a = 40\,000 \times 7,85 = 314\,000\ L.S/m^3$

والمطلوب تعيين الأبعاد ونسبة التسليح الاقتصادية للمقطع:

الحل:

بنفس خطوات المثال السابق نحصل على:

$$W = \frac{314000x1,25x200}{2000x1,25x3000} = 12,5$$

$$r_b = 0,032 + \frac{12,5+1}{\sqrt{12,5+0,5}} = 3,78$$

$$h_o = 3,78\sqrt{\frac{15x10^5}{200x20}} = 73,2 \rightarrow h = 75cm$$

$$\varphi_b = \frac{75}{72} = 1,05$$

$$Fa = \frac{1}{3000}(0,032 + \frac{1}{\sqrt{12,5+0,5}})\sqrt{15x10^5\,x200x200} = 8cm^2$$

نختار 4T16 وبالتالي يكون التسليح الإنشائي 2T12

ومنه فإنَّ F_{a1} =2,26 وقيمة φ_a تصبح كالتالي:

$$\varphi a = 1 + \frac{2,26}{8} = 1,28 \approx 1,25$$

إذاً قيم φ_b, φ_a المفروضة في البداية صحيحة ولا داعي لإعادة الحساب.

نسبة التسليح الاقتصادية:

$$\mu = \frac{8}{20x75}x100 = 0,5\%$$

نلاحظ أن نسبة التسليح الاقتصادية اختلفت في المثال الأول والثاني وباختلاف أسعار الحديد والبيتون.

لو صممنا المقطع حسب الطريقة العادية كأساس نظري لاستخراج العلاقات السابقة بدون الأخذ بعين الاعتبار كلفة المواد لوجدنا:

نفرض أن ارتفاع المقطع $h = \frac{L}{10} = \frac{500}{10} = 50cm$ وعرض المقطع $b = 20cm$

- العزم الناتج عن الوزن الذاتي:

$$Mg = \frac{1,5x0,2x0,5x2,5x\overline{5}^2}{8} = 1,17T.m$$

وبالتالي العزم الكلي المُطبَّق على المقطع:

$$M = 15+1,17=16,17\ T.m$$

$$B_o = \frac{M}{R_b.b.h_o^2} = \frac{16,17x10^5}{200x20x\overline{47}^2} = 0,18 \frac{\text{من}}{\text{الجداول}} \rightarrow \alpha = 0,9$$

$$A_s = \frac{M}{R_{s.\alpha}.h_o} = \frac{16,17x10^5}{3000x0,9x47} = 12,8cm^2$$

وبالتالي تكون نسبة التسليح:

$$\mu = \frac{12,8}{20x50} x100 = 1,28\%$$

لنقارن بين كلفة المتر الطولي من الجائز المُصمم بالطريقة العادية وبالطريقة الاقتصادية حسب الكلفة الواردة في المثال الثاني:

- كلفة المتر الطولي من الجائز حسب الطريقة الاقتصادية:

$$C1 = 0,75 \times 0,2 \times 2000 + 8 \times 10^{-4} \times 314\ 000 = 551\ \ L.S$$

- كلفة المتر الطولي من الجائز حسب الطريقة العادية:

$$C2 = 0,5 \times 0,2 \times 2000 + 12,8 \times 10 \times 314\ 000 = 602\ \ L.S$$

وبالتالي فإنَّ نسبة التوفير في المواد نتيجة التصميم الاقتصادي للمقطع:

$$\frac{602-551}{551} = 10\%$$

وهكذا نرى بأن التصميم الاقتصادي لمقاطع العناصر البيتونية المسلحة الذي يأخذ بعين الاعتبار كلفة المواد (حديد تسليح، بيتون) الحقيقية حسب الأسعار المحلية يؤدي إلى توفير في كلفة العناصر البيتونية المسلحة والذي ينعكس بشكل إيجابي على التصميم الاقتصادي للبناء ككل.

المراجع:

١- الكود العربي السوري لتصميم وتنفيذ المنشآت بالخرسانة المسلحة – دمشق ٢٠٠٤.

٢- مجموعة أبحاث المؤتمر الدولي للبيتون المسلح المصبوب بالمكان – المنعقد في موسكو ٢٩-٢٨ نيسان ٢٠٠٤ باللغة الروسية.

٣- أ- ب- كوليشف: الدليل في تصميم المنشآت البيتونية المسلحة- كييف ١٩٩٥.